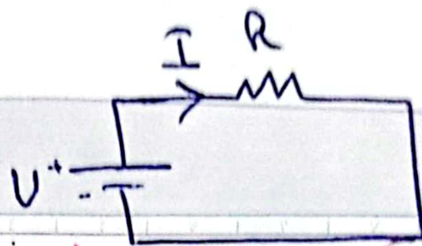
L : عدد الفروع في الدارة

N : عدد العقد في الدارة

B : عدد حلقات الدارة



أسس
مقسم تيار
مقسم جهد
قانون أوم

$$B = L - N + 1$$

قانون أوم

$$I = \frac{U}{R}$$

وصل تسلسلي

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots R_n$$

مجزئ الجهد

$$U_1 = U_2 \frac{R_1}{R_2} \qquad U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

لذا

$$U_k = U \frac{R_k}{\Sigma R}$$

وصل تفرعي

كتابة الناقلية :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdots \Rightarrow G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots$$

مجزئ التيار

$$I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1} \qquad I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}$$

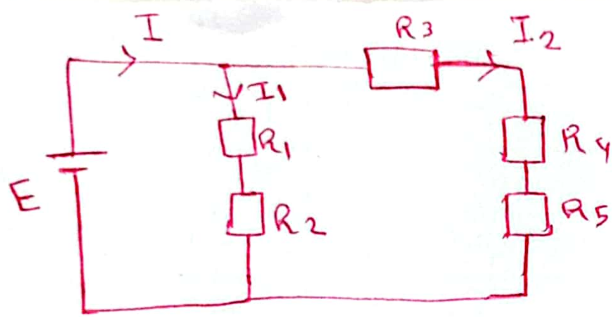
$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

لذا

$$I_k = I \frac{R_{eq}}{R_k}$$

أو

$$I_k = I \frac{G_k}{G_{eq}}$$



في الدارة المجاورة:

المطلوب حساب Req علما أن:

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 20\,\Omega$

$E = 15V$

1] $R_{eq} = ?$

$R' = R_1 + R_2 = 40\,\Omega$

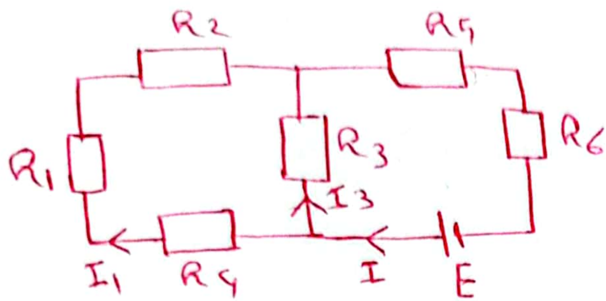
$R'' = R_3 + R_4 + R_5 = 60\,\Omega$

$\Big\}\ R_{eq} = R' \,//\, R'' = \boxed{24\,\Omega}$

$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{15}{24} = \boxed{0{,}625\ A}$$

$$I_1 = I \cdot \frac{R''}{R'' + R'} = \boxed{0{,}375\ A}$$

$$I_2 = I\,\frac{R'}{R' + R''} = 0{,}25\,A$$



في الدارة المجاورة :

$E = 10\,V$

$R_1 = R_2 = R_4 = 5\,\Omega$

$R_3 = 15\,\Omega$

$R_5 = R_6 = 10\,\Omega$

١- احسب المقاومة المكافئة

٢- احسب التيارات المارة باستخدام قانون أوم ومقسم التيار

1) $R_{eq} = \left[(R_1 + R_2 + R_4) // R_3\right] + \left[R_5 + R_6\right]$

$= (15 // 15) + 20 = \frac{15 \times 15}{15+15} + 20 = \boxed{27.5\,\Omega}$

2) $I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{10}{27.5} = \boxed{0,36\,A}$

$I_1 = I \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_4 + R_3} = 0,36 \times \frac{15}{15+15} = \boxed{0,18\,A}$

$I_3 = I \frac{R_1 + R_2 + R_4}{R_1 + R_2 + R_4 + R_3} = 0,36 \frac{15}{15+15} = \boxed{0,18\,A}$

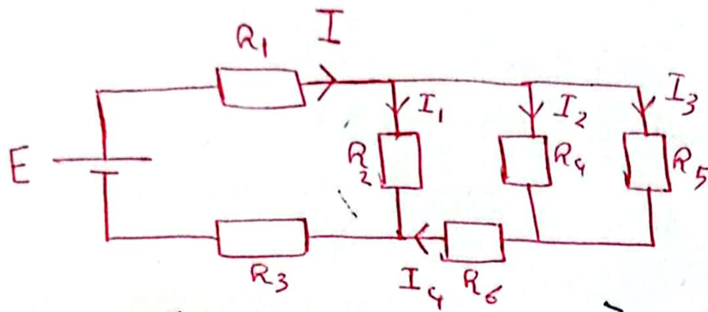
أو $I = I_3 + I_1 \Rightarrow I_3 = I - I_1 = \boxed{0,18\,A}$

لدينا الدارة المبينة في الشكل :
المطلوب إيجاد التيارات المارة في فروع الدارة
باستخدام قوانين التقسيم وقانون أوم
ثم إيجاد الجهد على المقاومة R_2 (V_2) باستخدام مقسم الجهد.

$E = 20\,V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 10\,\Omega$

$R_4 = R_5 = R_6 = 20\,\Omega$

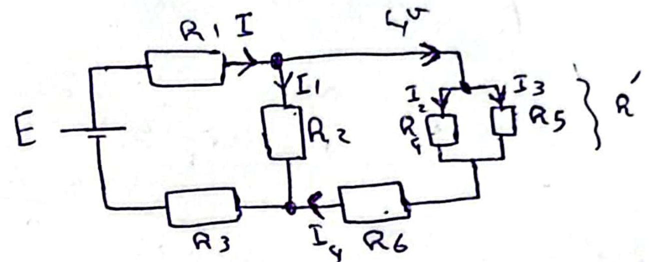


1] $R_{eq} = \left[\left[(R_5 // R_4) + R_6\right] // R_2\right] + (R_1 + R_3)$

$= \left(\left((10+20) // 10\right) + 20\right)$

$= \frac{30 \cdot 10}{30+10} + 20$

$= \frac{300}{40} + 20 = 27,5\,\Omega$

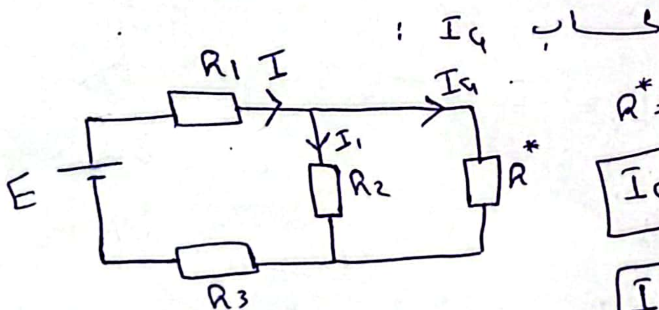


$R' = R_4 // R_5 = \frac{20 \cdot 20}{20+20} = \frac{400}{40} = 10\,\Omega$

$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{20}{27,5} = 0,727\,A$

$I_1 = I \frac{R_6 + (R_4 // R_5)}{R_6 + (R_4 // R_5) + R_2} = 0,545\,A$

حساب I_4 :



$R^* = R_6 + \underbrace{(R_4 // R_5)}_{R'} = 20 + 10 = 30\,\Omega$

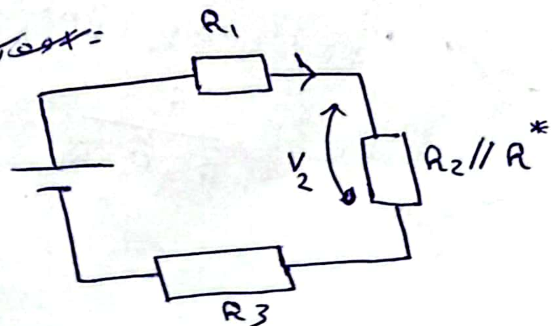
$I_4 = I \frac{R_2}{R^* + R_2} = 0,727 \frac{10}{10+30} = 0,18\,A$

$I_2 = I_4 \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 0,091\,A$

$I_2 = I_3 = \frac{I_4}{2} = __\ A$ أو لأن التيار I_4 سيتوزع بالتساوي على المقاومتين R_4, R_5

2] ~~$V_4 // R$~~

~~$I_2 = \frac{V_4}{R_2} \Rightarrow V_4 = R_2 I_2 = 10 \times 0,091 =$~~

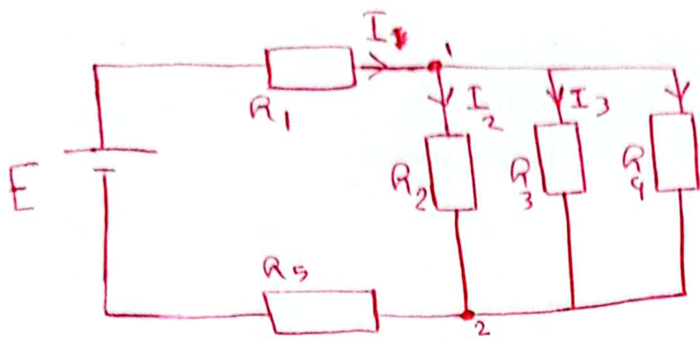


$V_2 = R_2 I_1 = 10 \times 0,545 = 5,45\,V$

أو

$V_2 = E \frac{R^* // R_2}{(R^* // R_2) + R_1 + R_3} = 20 \cdot \frac{7,5}{7,5+20}$

$= 5,45\,V$



لدينا الدارة التالية :

1- احسب التيارات المارة في فروع الدارة ؟ علماً أن :

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 20\ \Omega$

$E = 15\ V$

2- حساب الجهد في المقاومة R_2 (V_2) باستخدام مقسم الجهد

1) $R_{eq} = (R_2 /\!/ R_3 /\!/ R_4) + R_1 + R_5$

$$R' = R_2 /\!/ R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = \frac{400}{40} = 10\ \Omega$$

$$R'' = R' /\!/ R_4 = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = \frac{200}{30} = 6{,}6\ \Omega$$

$$\boxed{R_{eq} = 6{,}6 + 40 = 46{,}6\ \Omega}$$

$$\boxed{I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{15}{46{,}6} = 0{,}32\ A}$$

$$\boxed{I_4 = I \frac{R'}{R' + R_4} = 0{,}32 \frac{10}{30} = 0{,}1\ A}$$

$$I_3 = I - I_2$$

$$I_2 = I' \frac{R_3}{R_3 + R_2}$$

$$I' = I - I_4 = 0{,}32 - 0{,}1 = 0{,}22\ A$$

$$\Rightarrow I_2 = 0{,}22 \frac{20}{20 + 20} = 0{,}11\ A$$

$$\Rightarrow I_3 = I - I_2 = 0{,}32 - 0{,}11 = 0{,}21\ A$$

2) حسب $V_2 = R_2 \cdot I_2 = 20 \times 0{,}11 = 2{,}2\ V$

أو مقسم الجهد $V_2 = E \dfrac{R''}{R'' + R_1 + R_5} = 15 \dfrac{6{,}6}{6{,}6 + 20 + 20} = 2{,}2\ V$

قوانين كيرشوف / مسألة رقم 1 صفحة 13 من الملزمة

1] نحسب L و N و B و P

عدد الفروع $L = 3$ عدد الحلقات $B = L - N + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$

عدد العقد $N = 2$ عدد معادلات كيرشوف الأول $P = N - 1 = 2 - 1 = 1$

1) حسب قانون كيرشوف الأول : (التيارات الداخلة الى عقدة = التيارات الخارجة منها)

من الدارة نجد أن : $I_1 = I_2 + I_3$ ---- (1)

2) حسب قانون كيرشوف الثاني :

$$\sum_{k=1}^{B} U_k = \sum_{k=1}^{B} R_k \cdot I_k$$

الحلقة I

$$U_1 = U_{R_1} + U_{R_2} = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$\Rightarrow U_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \text{ ---- } (2)$$

الحلقة II

$$U_2 = -U_{R_2} + U_{R_3} = -I_2 R_2 + I_3 R_3$$

$$\Rightarrow U_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$$

قواعد مهمة

1- هبوط التوتر بالمقاومة يكون بعكس اتجاه التيار المار في المقاومة .

2- عندما يتطابق اتجاه هبوط التوتر في مقاومة ما مع اتجاه تيار الحلقة يؤخذ الهبوط بإشارة سالبة.
وإذا خالف اتجاه هبوط التوتر في مقاومة اتجاه تيار الحلقة يؤخذ الهبوط بإشارة موجبة

نعوض بقيم المعطيات

$I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ---- (1)

$2I_1 + 2I_2 + 0 = 50$ ---- (2)

$0 + 2I_2 - 2I_3 = -20$ ---- (3)

نقسم معادلة (2) على 2 $\Rightarrow I_1 + I_2 + 0 = 25$ ---- (4)

نقسم معادلة (3) على (-2) $\Rightarrow 0 - I_2 + I_3 = 10$ ---- (5)

نجمع (4) مع (5) $\Rightarrow I_1 + 0 + I_3 = 35$ ---- (6)

نجمع (1) مع (6) $\Rightarrow 2I_1 - I_2 = 35$ ---- (7)

نجمع (4) مع (7) $\Rightarrow 3I_1 = 60 \Rightarrow$ **$I_1 = 20\,A$**

نعوض في (4) $\Rightarrow 20 + I_2 = 25 \Rightarrow$ **$I_2 = 5\,A$**

نعوض في (6) $\Rightarrow 20 + I_3 = 35 \Rightarrow$ **$I_3 = 15\,A$**

مسألة ② صفحة ١٤

عدد الفروع $L = 3$

عدد العقد $N = 2$

عدد الحلقات $B = L - N + 1 = 2$

عدد معادلات قانون كيرشوف الاول $= N - 1 = 1$

حسب قانون كيرشوف الأول :

$$I_1 + I_3 = I_2 \quad ---- ①$$

حسب قانون كيرشوف الثاني للحلقة Ⓘ :

$$U_1 = U_{R_1} + U_{R_2} = I_1R_1 + I_2R_2$$

$$\Rightarrow U_1 - I_1R_1 - I_2R_2 = 0 \quad ---- ②$$

حسب قانون كيرشوف الثاني للحلقة Ⓘⓘ :

$$-U_2 = -U_{R_3} - U_{R_2}$$

$$\Rightarrow -U_2 = -I_3R_3 - I_2R_2$$

$$-U_2 + I_3R_3 + I_2R_2 = 0 \quad --- ③$$

بالتعويض :

$$I_2 = I_1 + I_3 \quad --- [1]$$

$$20 - 10I_1 - 10I_2 = 0 \quad --- [2]$$

$$-100 + 10I_2 + 10I_3 = 0 \quad ---- [3]$$

$$-80 - 10I_1 + 10I_3 = 0 \quad --- [4]$$

نقوم بجمع [2] و [3] ⟸

$$10 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

نقسم معادلة [3] على [-10] ⟸ ثم جمع مع [1]

$$10 - I_1 - 2I_3 = 0 \quad --- [5]$$

نضرب معادلة [5] بـ [-10] ثم جمع مع [4]

$$-100 + 10I_1 + 20I_3 = 0$$

$$-80 - 10I_1 + 10I_3 = 0$$

$$-180 + 30I_3 = 0$$

$$\boxed{I_3 = 6A}$$

نعوض في [5]

$$10 - I_1 = 12$$

$$10 - 12 = I_1 \Rightarrow \boxed{I_1 = -2A}$$

من معادلة ①

$$\boxed{I_2 = 4A}$$

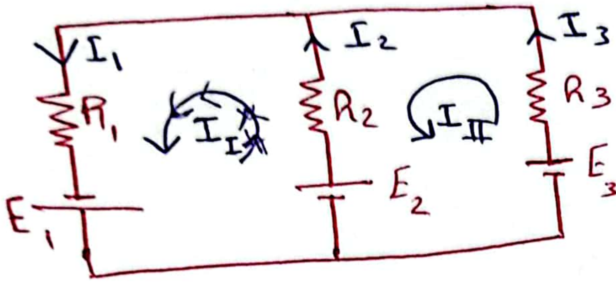
2 طريقة التيارات الحلقية (ماكسويل) :

مثال تطبيقي مع الشرح ص 26 من نوطة الأستاذ :

أوجد تيارات الفروع مستخدماً طريقة ماكسويل علماً أن :

$E_1 = 10V \qquad E_2 = E_3 = 20V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 5\Omega$



الحل : أولاً : نعطي تيارات اختيارية للفروع I_1 , I_2 , I_3

ثم : نعطي تيارات حلقية وهمية I_I , I_{II}

ثم : نكتب معادلات الحلقات وفقاً لقانون كيرشوف الثاني آخذين بعين الاعتبار العناصر المشتركة بين الحلقات واتجاه التيارات

نوضع ⊕ إذا توافق اتجاه تيار الحلقة I_I مع اتجاه تيار الحلقة I_{II}

حيث : $\sum E$: المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية مع الأخذ بعين الاعتبار اتجاهات التيار للحلقة I ومرورها بالمنابع من (-) إلى (+)

$\sum R$: مجموع مقاومات الحلقة I

R_{12} : المقاومة المشتركة بين الحلقة (1) والحلقة (2)

الحلقة I_I : $\sum E = I_I \sum R + I_{II} R_{12}$

$E_1 + E_2 = I_I (R_1 + R_2) - I_{II} R_2$ ← اتجاه مختلف

$30 = 10 I_I - 5 I_{II} \Rightarrow 6 = 2 I_I - I_{II}$ ...(1)

الحلقة I_{II} : $\sum E = I_{II} \sum R + I_I R_{12}$

$E_3 - E_2 = I_{II}(R_2 + R_3) - I_I R_2$

$0 = 10 I_{II} - 5 I_I \Rightarrow 0 = 2 I_{II} - I_I \Rightarrow \qquad I_I = 2 I_{II}$ ...(2)

نعوض (2) في (1) $6 = 4 I_{II} - I_{II} = 3 I_{II} \Rightarrow$ $\boxed{I_{II} = 2\ A}$

$I_I = 2 \times 2 = 4$ ⇐ نعوض في (2)

$\boxed{I_I = 4\ A}$

بالعودة للدارة

$I_I = I_1 = 4\ A$

$I_2 = I_I - I_{II} = 4 - 2 = 2\ A$

$I_3 = I_{II} = 2\ A$

$\sin 0 = 0$
$\sin 30 = \frac{1}{2}$ $\sin(-30) = -\frac{1}{2}$
$\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin 90 = 1$

$\cos 0 = 1$
$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = (\cos -30)$
$\cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos 60 = \frac{1}{2}$
$\cos 90 = 0$

$\cos \pi = -1$

2- طرح الشعاعين I_1 ، I_2 حيث $\dot{I}_4 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2$ ⇐

$$\dot{I}_4 = (I_1' - I_2') + J(I_1'' - I_2'')$$

3- ضرب الشعاعين $\dot{I}_1$ ، I_2 حيث $\dot{I}_5 = \dot{I}_1 \cdot \dot{I}_2$ ، وإن:

$$\dot{I}_1 = I_1 e^{J\varphi_1}, \quad \dot{I}_2 = I_2 e^{J\varphi_2} \Rightarrow \dot{I}_5 = I_1 \cdot I_2 \, e^{J(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

4- تقسيم شعاعين $\dot{I}_1$ ، $\dot{I}_2$ حيث $\dot{I}_6 = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$ ⇐

$$\dot{I}_6 = \frac{I_1 e^{J\varphi_1}}{I_2 e^{J\varphi_2}} = \frac{I_1}{I_2} \cdot e^{J(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

مثال تطبيقي:

- إذا كان لدينا تيار جيبي وكانت متغيراته هي:

$f = 50\ Hz$ (التردد) و $I_m = 56,5\ A$ القيمة العظمى

$\omega = 2\pi f = 314\ rad/s$ (السرعة الزاوية) $\varphi_i = -30^0$ زاوية الطور مع المحور (x)

احسب القيمة اللحظية للتيار باستعمال الأربعة:

الحل: 1- الشكل الجيبي: ⇐ $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

$$i(t) = 56,5 \sin(314t + (-30^0))$$

2- الشكل القطبي:

$$\dot{I} = I e^{J\varphi_i}$$

لأن (I) هي القيمة الفعالة وتساوي $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I = \frac{56,5}{\sqrt{2}} = 40A$ ⇐

$$\dot{I} = 40 e^{-J30^0}$$

3- الشكل المثلثي:

$$\dot{I} = I \cos\varphi_i + J I \sin\varphi_i$$

حيث: I - القيمة الفعالة ⇐

⇐ $\dot{I} = 40 \cos(-30^0) + J\, 40 \sin(-30^0)$

$$I = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - J40 \cdot \frac{1}{2} = 34,7 - J20\ A$$

4- الشكل الشعاعي:

=.=.=.=.=

$\dot{I} = I\cos\varphi_i + JI\sin\varphi_i$ الشكل المثلثي

وبالتالي يمكن الانتقال إلى الشكل القطبي وبالتالي:

$\dot{I} = I e^{J\varphi_i}$ الشكل القطبي للتيار

ما نفذناه على التيار يمكننا تمثيله على شعاع التوتر وبالتالي نكتب:

$\dot{U} = U' + JU''$ الشكل الجبري (العقدي)

$\dot{U} = U\cos\varphi_U + JU\sin\varphi_U$ الشكل المثلثي

$\dot{U} = U e^{J\varphi_U}$ الشكل القطبي

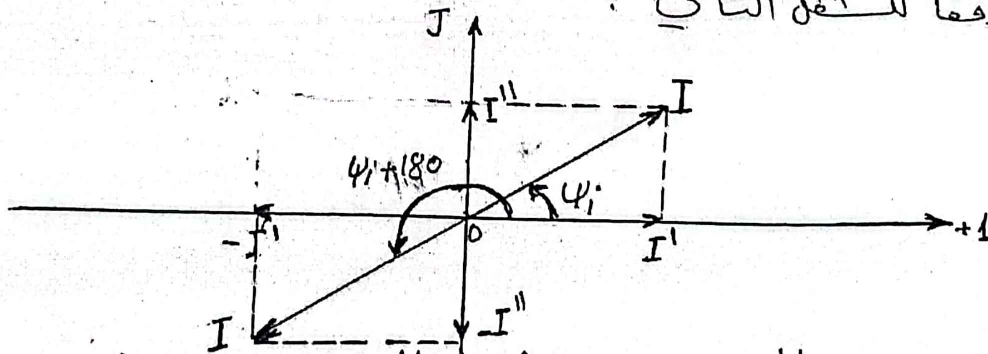
حيث يتم الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل القطبي وفقاً للعلاقات التالية:

$$\dot{I} = \sqrt{I'^2 + I''^2}$$

$\varphi_i = arctg\dfrac{I''}{I'} \Leftarrow I' > 0$ ـ إذا كان: أ

$\varphi_i = arctg\dfrac{I''}{I'} + 180° \Leftarrow I' < 0$ ـ ب

وفقاً للشكل التالي:



* **العمليات الجبرية على الأعداد العقدية:**

ملاحظة: عند عمليتي الجمع والطرح يجب العمل بالشكل الجبري (العقدي)، وعند عمليتي الضرب والتقسيم يجب العمل بالشكل القطبي.

1ـ جمع شعاعين: ليكن لدينا الشعاعين $\dot{I}_1$ ، $\dot{I}_2$ والمطلب إيجاد $\dot{I}_3$

حيث: $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ، $\dot{I}_2 = I_2' + JI_2''$ و $\dot{I}_1 = I_1' + JI_1'' \Leftarrow$

$$\dot{I}_3 = (I_1' + I_2') + J(I_1'' + I_2'')$$